25 p 254

Un ion Mg^{2+} est produit dans la chambre d'ionisation d'un spectromètre de masse.
Cet ion pénètre en position A, avec une vitesse initiale de valeur négligeable, dans un champ électrique uniforme entre deux armatures planes parallèles. Il est accéléré jusqu'à la position B où il atteint une vitesse de valeur $v_B = 5{,}61 \times 10^5\ m \cdot s^{-1}$.
On étudie le mouvement de cet ion assimilé à un corps ponctuel G dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.
On néglige le poids de l'ion Mg^{2+} devant la force électrique à laquelle il est soumis entre les positions A et B du condensateur plan.

1. Exprimer la variation de l'énergie cinétique de l'ion Mg^{2+} entre les positions A et B.

2. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour exprimer la masse de l'ion Mg^{2+}. La calculer.

Données

- Tension appliquée entre les deux armatures : $U = 20$ kV.
- Charge élémentaire : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.
- Travail de la force électrique lors du déplacement d'une particule de charge q entre les positions A et B :

$$W_{A \to B}(\vec{F}) = q \times U_{AB}$$

1. La variation de l'énergie cinétique entre les positions A et B est $\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m \left(v_B^2 - v_A^2\right)$.

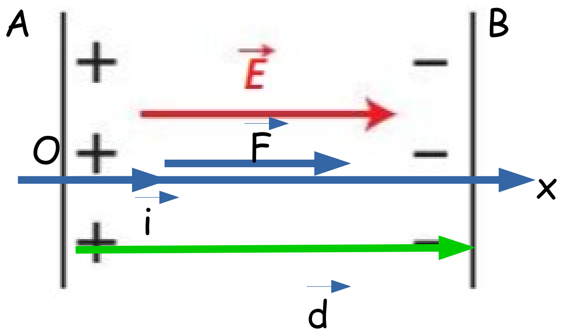
2. Selon le théorème de l'énergie cinétique, la variation de l'énergie cinétique du système est égale à la somme des travaux des forces agissant sur le système. La force dont le travail domine largement ici est la force électrostatique et le sujet nous apprend que son travail est donné par $W_{A \to B}(\vec{F}) = q \times U_{AB}$ soit, ici, avec un cation (ion positif) possédant deux charges positives, q = 2 x e et $W_{A \to B}(\vec{F}) = 2 \times e \times U_{AB}$.
Nous pouvons écrire le théorème de l'énergie cinétique dans notre situation : $\Delta E_C = \frac{1}{2} m \left(v_B^2 - v_A^2\right) = 2 \times e \times U_{AB}$ et en tirer la masse de l'ion magnésium : $m = \frac{4 \times e \times U}{v_B^2 - v_A^2}$.

Application Numérique en négligeant la vitesse en A devant celle en B :
$$m \approx \frac{4 \times 1{,}6.10^{-19} \times 20.10^3}{\left(5{,}61.10^5\right)^2} \approx 4{,}1.10^{-26} kg$$.

Remarque : pour que la tension U_{AB} puisse accélérer une particule positive vers B, il faut que le potentiel en B soit inférieur à celui en A, donc $V_A - V_B > 0$ donc $U_{AB} > 0$ donc $U_{AB} = U$.

Complément important : justifions l'expression du travail de la force électrique.

Pour cela, exprimons le champ électrique $\vec{E}$. Pour que le cation soit accéléré vers l'électrode B, il faut que cette dernière soit à un potentiel inférieur au potentiel de A, on a donc $U_{AB} = V_A - V_B > 0$, soit $U_{AB} = U$. Cela permet d'écrire, en tenant compte de la distance d entre les plaques, $\vec{E}=\frac{U_{AB}}{d}\vec{i}$ (schéma ci-dessous).



La force électrostatique a donc pour expression, avec une particule possédant 2 charges positives, $\vec{F}_e=q\times\vec{E}=2\times e\times\vec{E}=2\times e\times\frac{U_{AB}}{d}\vec{i}$.

En remarquant que le vecteur déplacement de la particule s'écrit $\vec{d}=d\,\vec{i}$, on obtient pour le travail : $W_{A\rightarrow B}(\vec{F}_e)=\vec{F}_e.\vec{d}=2.e.\frac{U_{AB}}{d}\times d\times(\vec{i}.\vec{i})=2.e.U_{AB}$ car le produit scalaire d'un vecteur unitaire par lui-même vaut 1. On peut aussi remarquer que l'angle entre la force et le déplacement vaut 0, donc le produit scalaire est égal au produit des normes des vecteurs : $W_{A\rightarrow B}(\vec{F}_e)=\vec{F}_e.\vec{d}=F_e\times d\times\cos(0)=F_e\times d=2.e.\frac{U_{AB}}{d}\times d=2.e.U_{AB}$.