DEVOIR SUR LA MÉCANIQUE. NOM, PRÉNOM :

Météosat est une famille de satellites géostationnaires conçus par l'ESA (agence spatiale européenne), qui permettent l'observation en continu d'une zone précise du globe. Ces satellites mesurent divers paramètres de météorologie, qui permettent d'élaborer des prévisions. Chaque satellite Météosat a une masse voisine de 400 kg.
Un satellite géostationnaire se trouve sur une orbite telle que le satellite reste **au-dessus du même point** de la surface de la Terre, toujours à la même altitude. Il effectue donc une révolution en même temps que la Terre effectue une rotation.

Masse de la Terre, $M_T = 5{,}97.10^{24}$ kg.
Rayon moyen de la Terre, $R_T = 6{,}4.10^{3}$ km.
$G = 6{,}67.10^{-11}$ m³.kg^{-1}.s^{-2}.
On notera r la distance entre le centre de la Terre et le centre du satellite.
On notera h l'altitude du satellite, c'est-à-dire sa distance à la **surface** de la Terre.

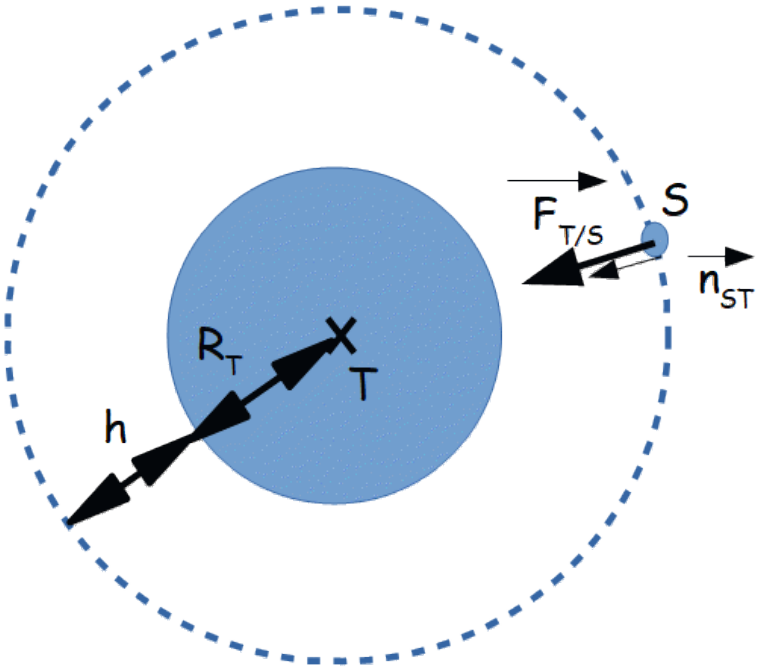
On étudie le système {satellite} dans le référentiel géocentrique.

1) -1 pt- Pourquoi peut-on affirmer, à l'aide du texte, que le mouvement du satellite est circulaire ?

Selon l'énoncé, le satellite se trouve à une hauteur constante au-dessus de la surface de la Terre et toujours au-dessus de la même position : la trajectoire est donc un cercle.

2) -1 pt-Faire un schéma de la situation, sans souci d'échelle, mais en représentant le vecteur de la force exercée par la Terre sur le Satellite et donner l'expression vectorielle de cette force.

Expression de la force : $\overrightarrow{F_{T/sat}} = G \times \frac{M_T \times m_{sat}}{r^2} \overrightarrow{n_{ST}}$.



3) -1 pt-Montrer que le mouvement de Météosat est uniforme.

Selon la deuxième loi de Képler, le segment TS balaie, pendant des durées égales, des aires égales. Comme la trajectoire est circulaire, la longueur du segment est constante, donc la distance parcourue pendant une durée donnée ne change pas : la valeur de la vitesse est constante, le mouvement est uniforme.

4) -1 pt-Trouver l'expression littérale de la valeur de l'accélération du satellite en fonction, entre autres grandeurs, de la masse de la Terre M_T.

COURS, 2ème loi de Newton appliquée à la force de gravitation donne $a = G.M_T / r^2$, avec $r = R_T + h$.

5) -1 pt-Montrer que l'expression de la valeur de la vitesse v du satellite dans le référentiel géocentrique est $v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{r}}$.

COURS, $a = v^2 / r = GM/r^2$ donne $v = (GM/r)^{1/2}$.

6) -1 pt-Établir, en expliquant, l'expression littérale de sa période de révolution T en fonction de R_T, de h et de v.

COURS, comme le mouvement est uniforme, la vitesse de révolution est constante, v = distance / durée, avec distance = circonférence = $2.\pi.r$ et durée = période T, d'où $v = 2.\pi.r / T$ et $T = 2.\pi.r / v$.

7) -2 pts-Déduire des questions précédentes, la troisième loi de Képler, que l'on exprimera sous la forme $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4 \times \pi^2}{G \times M_T}$.

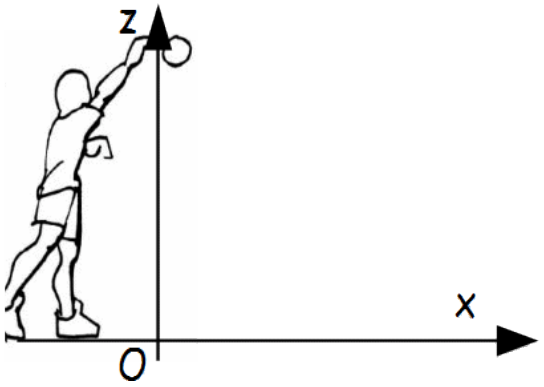
COURS, on remplace v par son expression dans l'expression de T : $T = 2.\pi.r.(r / G.M)^{1/2}$ d'où $T^2 = 4.\pi^2.r^2.r / GM$. d'où la formule cherchée.

8) -3 pts-Calculer alors la valeur de l'altitude h du satellite. Bien expliquer votre démarche.

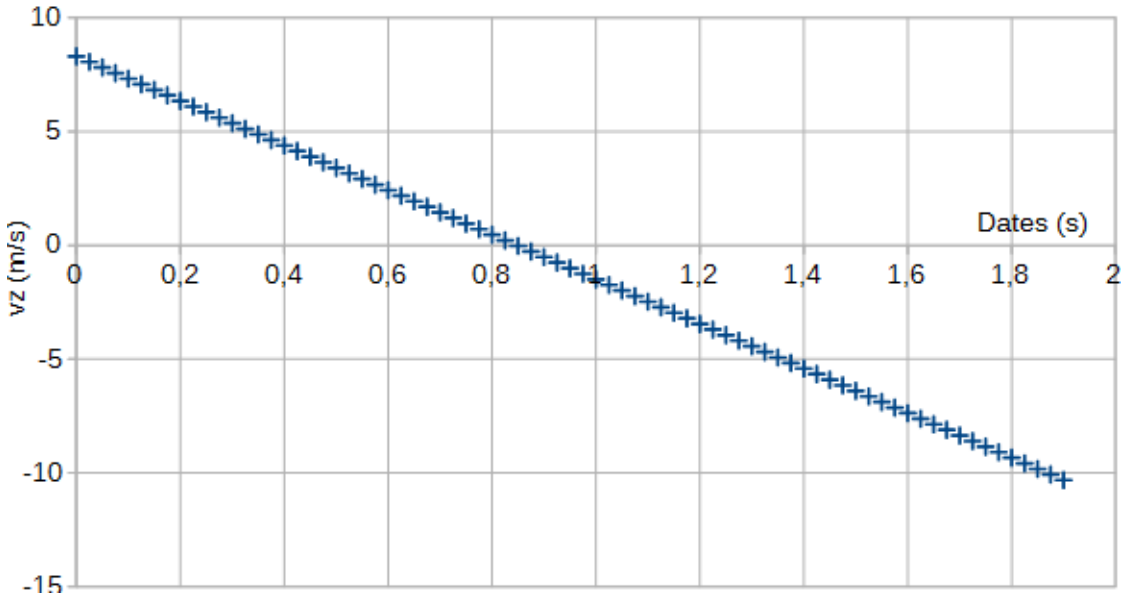
Selon l'énoncé, T vaut 1 j, soit 86400 s.
De l'expression précédente, on tire $r = (T^2.G.M/(4.\pi^2))^{1/3}$ soit, en remplaçant, $r = 4{,}2.10^7$ m et, comme $r = R_T +$

h, on a h = r – R_T = $4{,}2.10^7$ – $6{,}7.10^6$ = $3{,}6.10^7$ m.

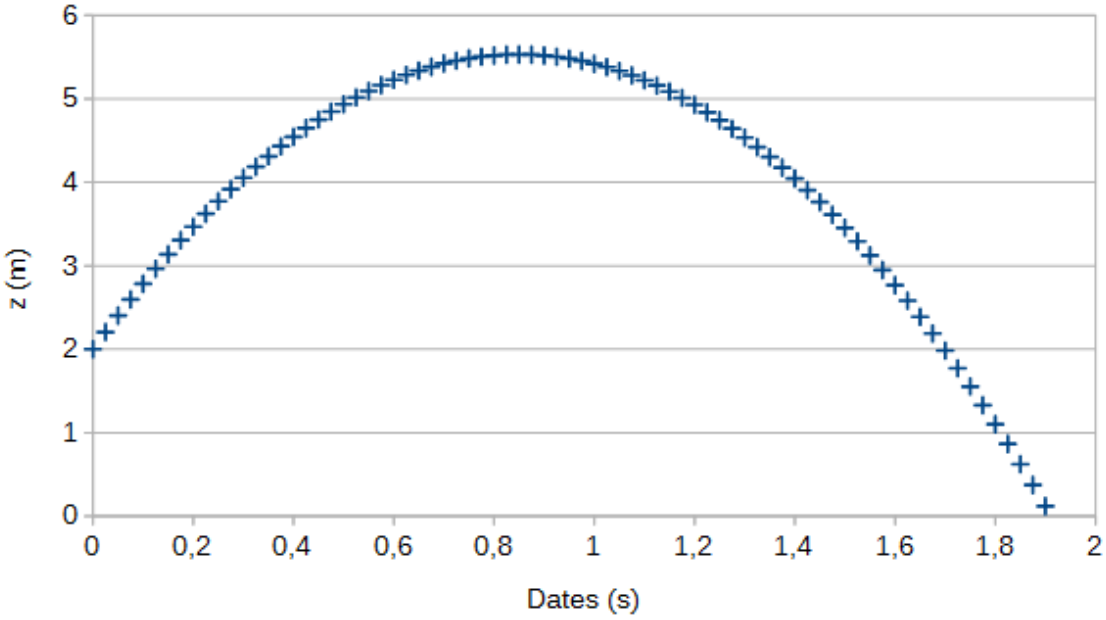
Le record du monde du lancer de poids féminin est détenu par la Russe Natalya Lisovskaya, avec 22,63 m (7 juin 1987, Moscou). La masse du poids lancé est m = 4,0 kg. Les athlètes apprennent à lancer avec un angle initial optimal α = 35 °, que nous supposerons respecté ici (c'est l'angle entre la vitesse initiale et la direction horizontale). Grâce à l'enregistrement du lancer, on a pu obtenir les courbes suivantes (origine du repère : au niveau du sol, à l'abscisse où l'athlète lâche la boule).
Les frottements seront négligés dans tout l'exercice.



Document 1 : $v_z(t)$



Document 2 : z(t)



9) -1 pt- À l'aide du document 1, mesurer la composante verticale de la vitesse initiale. Montrer alors que la valeur de la vitesse initiale est voisine de v_0 = 14,5 m.s^{-1}.

Par lecture graphique, $v_{z,0}$ = 8,5 m.s^{-1} environ. Or, la projection orthogonale du vecteur vitesse initiale sur l'axe vertical donne $v_{z,0} = v_0 .\sin \alpha$. On peut en tirer $v_0 = v_{z,0} / \sin \alpha$ soit v_0 = 8,5 / sin 35 = 15 m.s^{-1} , voisin des 14,5 m.s^{-1} prévus.

10) -2 pts- À l'aide de la deuxième loi de Newton, trouver le vecteur accélération du centre de masse du poids, $\vec{a_G}$.

Selon la deuxième loi de Newton appliquée au système constitué par le poids lancé (de masse constante), dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen, avec pour seule force non négligeable le poids $\vec{P}$, on peut écrire, pour le centre de masse du système : $m \times \vec{a_G} = \Sigma \vec{F_{ext}} = \vec{P} = m \times \vec{g}$, d'où $\vec{a_G} = \frac{m \times \vec{g}}{m} = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9,8 \end{pmatrix}$.

11) -2 pts- Vérifier, à l'aide du document 1, que la composante verticale du vecteur accélération trouvé à la question précédente correspond bien aux mesures.

Le document 1 représente l'évolution au cours du temps de la composante verticale de la vitesse. On observe une droite de pente négative donc l'accélération verticale est constante. La composante verticale de l'accélération a_z est donnée par la dérivée de v_z donc c'est le coefficient directeur de la droite, qui est égal à environ (0 – 8,5) / (0,85 – 0) = 10 $m.s^{-2}$, ce qui correspond bien à la composante verticale de l'accélération trouvée en théorie.

12) -1 pt- Montrer que la composante horizontale de la vitesse initiale vaut environ $v_{0x} \approx 11,9$ $m.s^{-1}$.

L'angle entre la vitesse initiale de valeur $v_0 = 14,5$ $m.s^{-1}$ et l'horizontale vaut 35°, donc la composante horizontale de la vitesse initiale vaut $v_{0,x} = v_0 \times \cos \alpha \approx 14,5 \times \cos(35) \approx 11,9$ $m.s^{-1}$.

13) -1 pt- Pourquoi cette composante ne varie-t-elle pas au cours du temps ?

La seule force qui agit est le poids vertical vers le bas, qui n'a aucune influence sur la composante horizontale de la vitesse.

14) -2 pts- Vérifier alors que les mesures effectuées et représentées sur le document 2 correspondent au record. Bien expliquer.

On lit sur le document 2 que le poids touche le sol à la date $t_{sol} \approx 1,9$ s. Comme la composante horizontale de la vitesse est constante et égale à $v_x \approx 11,9$ $m.s^{-1}$, on peut écrire que la distance parcourue par le poids vaut $d = v_x \times t_{sol} \approx 11,9 \times 1,9 \approx 22,6$ m (≈ 23 m), ce qui est conforme au record.